(مقالهٔ پژوهشی)

بررسی ارتعاشات غیرخطی میکرو لوله حامل سیّال تحت تحریک پارامتریک مغناطیسی *

رضا جهانگیری[1] اکبر اللهوردی زاده[2] بهنام داداش زاده[3] حمید عظیم زاده[4]

چکیده *در این پژوهش، اثر پارامترهای مختلف سیستم روی پاسخ غیرخطی نوسانات جانبی میکرولوله تیرمانند حاوی سیّال با شرایط مرزی دو سر ساده نامتحرک تحت شرایط تشدید پارامتریک مغناطیسی محوری بررسی می‌شود. از تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبهٔ اوّل ردی و تئوری الاستیسیته غیرمحلی ارینگن برای استخراج معادلات غیرخطی حاکم بر حرکات جانبی میکرولوله با لحاظ کردن جملات غیرخطی هندسی ون-کارمن استفاده می‌شود. در سرعت‌های جریان بالاتر از سرعت بحرانی آستانه فلاتر (متناظر با کوپلینگ مودهای اوّل و دوم)، رفتار سیستم غیرخطی دو درجهٔ آزادی تحت شرایط تشدید پارامتریک مغناطیسی تحلیل می‌شود. با استخراج منحنی‌های پاسخ غیرخطی، اثرات پارامترهای دامنهٔ تحریک مغناطیسی، پارامتر فرکانس تحریک و پارامتر غیرمحلی تنش روی دامنهٔ تشدید سیستم بررسی و مورد بحث قرار می‌گیرد.*

واژه‌های کلیدی ارتعاشات غیرخطی؛ میکرو لوله حاوی سیّال؛ تشدید پارامتریک مغناطیسی؛ تئوری الاستیسیته غیرمحلی.

Nonlinear Vibration Analysis of Fluid Conveying Microtube under Parametric Magnetic Excitation

R. Jahangiri A. Allahverdizadeh B. Dadashzadeh H. Azimzadeh

Abstract *In this research, effects of various system parameters on nonlinear response of transverse vibrations of beam-like fluid conveying microtube with fixed simply supported boundary conditions under axial magnetic parametric resonance condition is investigated. Reddy's first order shear deformation theory and Eringen nonlocal elasticity theory are used to derive microtube nonlinear equations of transverse motion considering nonlinear geometric terms of von-Karman. For fluid flow velocities more than flutter critical velocity, behavior of 2 DoF nonlinear system is studied under parametric magnetic resonance condition. By deriving nonlinear response curves, effects of various parameters including magnetic excitation amplitude, parameter of excitation frequency and nonlocal stress parameter on resonance amplitude is investigated and discussed.*

Key Words Nonlinear Vibrations, Fluid Conveying Microtube, Parametric Magnetic Resonance, Nonlocal Elastisity Theory

---

* تاریخ دریافت مقاله ۹۸/۱/۲۳ و تاریخ پذیرش آن ۹۹/۲/۲ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v31i1.80049

(۱) نویسندهٔ مسئول: استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، سلماس. r_jahangiri@tabrizu.ac.ir

(۲) استادیار، گروه مهندسی مکاترونیک، دانشگاه تبریز، تبریز

(۳) استادیار، گروه مهندسی مکاترونیک، دانشگاه تبریز، تبریز

(٤) کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، سلماس

مقدّمه

میکرو لوله‌ها به‌طور گسترده در مدارهای میکرو سیّالاتی، تجهیزات بیومکانیکی و سیستم‌های میکرو الکترو مکانیکی کاربرد دارند. لذا مدل‌سازی و تحلیل رفتار دینامیکی و پایداری میکرو لوله‌های حاوی سیّال تحت شرایط مرزی و نیروهای خارجی وارد شده به آنها حائز اهمّیّت است.

پایدوسیس و همکارانش [1] در تحقیقات خود با گسترش دادن تئوری‌ها و مفاهیم اصلی ناپایداری و رفتار ارتعاشی لوله‌های حاوی سیّال، اندرکنش بین سازه و سیّال را مورد بررسی قرار دادند. در تحقیق دیگری پایدوسیس و همکاران [2] به بررسی و مطالعه تأثیر شرایط مرزی روی پایداری، فرکانس‌های طبیعی و مودهای ارتعاشی لوله‌های حامل سیّال پرداختند و نشان دادند که رفتار دینامیکی لوله‌های حامل سیّال مشابه رفتار دینامیکی سیستم‌هایی است که در آنها مؤلفه شتاب کریولیس از اندرکنش بین سیّال با مرز لوله به ایجاد می‌شود. سینها و همکاران [3] با تجزیه‌وتحلیل رفتار دینامیکی لوله‌های حامل سیّال نشان دادند که برای دستیابی به نتایج دقیق‌تر و معتبر بایستی اثر جرم خود سیّال جاری نیز در مدل‌سازی لحاظ گردد.
با توجّه به اهمّیّت و کاربردهای فراوان لوله‌های حاوی سیّال در ابعاد میکرو و نانو، انصاری و همکاران [4,5] در تحقیقات خود به بررسی رفتار ارتعاشی خطی و غیرخطی و پایداری دینامیکی نانو و میکرو لوله‌های حامل سیّال پرداختند. قاضوی و همکاران [6,7] با استفاده از تئوری کلاسیک الاستیسیته به بررسی تحریک پارامتریک میکرو تیر یکسرگیردار تحریک شده با لایه‌های پیزوالکتریک پرداختند. در میکرو و نانو سازه‌ها اندازه سازه به دلیل تعاملات مولکولی پاسخ را تحت تأثیر قرار می‌دهد. ارینگن [8,9] یک تئوری پیشنهاد داده است که بر اساس آن مؤلفه‌های تنش در هر نقطهٔ تابعی از کرنش‌های تمام نقاط سازه هستند. لذا رابطهٔ تنش-کرنش به فاصلهٔ بین دو نقطهٔ وابسته است؛ بنابراین بر اساس تئوری الاستیسیته غیر محلی، تنش تابعی از پارامتر مقیاس طول خواهد بود. لی و همکاران [10] رفتار دینامیکی نانو لوله‌های ویکوالاستیک میرا شونده غیر محلی را بررسی کردند. برای این منظور با استفاده از مدل ویسکوالاستیک کلوین- وویت، میرایی خارجی وابسته به سرعت و تئوری تیر تیموشنکو معادلات حاکم و شرایط مرزی برای بررسی ارتعاشات خمشی نانو تیر استخراج شده است. برخلاف سازه‌های محلی با لحاظ کردن اینرسی دورانی و تغییر شکل برشی، تیر غیرمحلی دارای فرکانس‌های حداکثری بوده که فرکانس‌های مجانبی نامیده می‌شوند که برای تیرهای تیموشنکو غیر محلی میرا و نامیرا به‌دست‌آمده‌اند. کیانی ارتعاشات ایجاد شده توسط جریان [11] و آرانی و همکاران ارتعاشات تحت نیروی مغناطیسی [12] را برای بررسی و مطالعه ارتعاشات اجباری نانو لوله‌های حاوی سیّال بر اساس تئوری الاستیسیته غیر محلی مد نظر قرار داده‌اند. صادقی و همکاران ناپایداری فلاتر نانولوله‌های کربنی یکسرگیردار حاوی سیّال تحت تأثیر میدان مغناطیسی طولی را جهت کاربرد در سیستم‌های بیولوژیکی و ابزارهای پزشکی نوظهور برای دارورسانی جهت درمان سرطان مورد مطالعه قرار داده‌اند [13].

بهاءالدّینی و حسینی [14] اثرات الاستیسیته غیر محلی و شرط لغزش را بر روی ارتعاشات آزاد و ناپایداری فلاتر نانو لوله‌های یکسر گیردار ویسکوالاستیک کربنی حامل سیّال بررسی نمودند. از روش همیلتون و تئوری تیر غیرمحلی اویلر برنولی برای استخراج معادلات حاکم استفاده شده است. از روش گلرکین توسعه یافته برای گسسته سازی معادلات حاکم و مقادیر ویژه و سرعت‌های فلاتر بحرانی استفاده شده است. بهاءالدّینی و همکاران [15] ناپایداری‌های فلاتر و واگرای نانولوله پیزوالکتریکی گیردار حامل سیّال را بررسی کردند. در این مطالعه از تئوری الاستیسیته غیر محلی برای لحاظ کردن اثرات

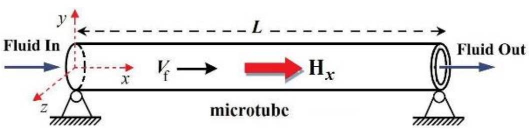
اندازه در محاسبات و همچنین تئوری تیر اویلر برنولی به همراه اثرات تنش سطحی استفاده کردند و تأثیرات ولتاژ پیزوالکتریک، اثرات سطح، پارامتر غیر محلی و شرایط مرزی را بر روی مرزهای واگرایی و فلاتر نانولوله مورد بحث قرار دادند.

یانگ و همکاران [16] ارتعاشات غیرخطی آزاد ایجاد شده توسط میکرو سیّالات را در میکرو لوله‌ها با استفاده از تئوری تنش کوپل شده به‌صورت تحلیلی مورد مطالعه قرار دادند. سعادت‌نیا و اسماعیل‌زاده [17] روش اغتشاشات را برای مطالعه ارتعاشات هارمونیک غیرخطی نانو لوله‌های پیزوالکتریکی حامل سیّال با استفاده از تئوری کلاسیک الاستیسیته بکار بردند. یانگ و همکاران [18] با استفاده از روش مقیاس‌های چندگانه، رفتار ارتعاشی لوله‌های ویسکو- الاستیک حامل سیّال را مورد مطالعه قرار دادند و نواحی پایداری رفتار دینامیکی را به ازای تغییرات پارامترهای مختلف مسئله تجزیه‌وتحلیل کردند.

با توجّه به پیشینه پژوهش، تاکنون مسئله ارتعاشات غیرخطی و غیرمحلی میکرو لولۀ مغناطیس شونده حاوی سیّال تحت فلاتر و تحت شرایط تشدید پارامتریک مغناطیسی به‌صورت جامع مورد بررسی قرار نگرفته است. در این راستا ابتدا با استفاده از تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبۀ اوّل با لحاظ کردن اثر جملات غیرخطی هندسی ون-کارمن و تئوری الاستیسیته غیرمحلی ارینگن، به مدل‌سازی رفتار دینامیکی میکرو لوله حامل سیّال تحت تحریک پارامتریک مغناطیسی در آن‌سوی ناپایداری سیّال انگیخته فلاتر پرداخته می‌شود. با توجّه به اینکه هم‌زمانی تحریک پارامتریک مغناطیسی و جریان محوری سیّال با در نظر گرفتن اثر کوپلینگ مودهای ارتعاشی آن‌سوی سرعت بحرانی متناظر با آستانه فلاتر، تأثیر عمده بر رفتار غیرخطی میکرو لوله‌ها دارند، لذا با استفاده از روش مقیاس‌های چندگانه و با در نظر گرفتن اثر کوپلینگ مودهای ارتعاشی به بررسی ارتعاشات غیرخطی میکرو لوله حاوی سیّال تحت شرایط رزونانس پارامتریک مغناطیسی پرداخته خواهد شد و اثرات پارامترهای مختلف اعم از دامنۀ تحریک مغناطیسی، پارامتر تنظیم فرکانس و پارامتر غیرمحلی تنش روی دامنۀ تشدید سیستم بررسی و مورد بحث قرار می‌گیرد.

مدل‌سازی

شماتیک میکرو لوله مغناطیس شونده حامل سیّال با سرعت V_f و به طول L، شعاع R و ضخامت h با شرایط مرزی ساده نامتحرک در شکل (۱) نشان داده شده است.



شکل «۱»: شماتیک میکرو لوله حامل سیّال

با به‌کارگیری میدان تغییر شکل به‌صورت:

$$U(x,z,t) = u(x,t) + z\phi_x(x,t)$$
$$W(x,z,t) = w(x,t) \qquad (۱)$$

که در آن u و w بیانگر مؤلفه‌های جابجایی محوری و جانبی نقاط واقع بر محور خنثی میکرو لوله مغناطیس شونده بوده و ϕ_x چرخش بردارهای نرمال بر مقطع عرضی حول محور y است. با استفاده از تئوری تغییر شکل مرتبۀ اوّل ردی می‌توان اجزاء نیروی محوری N_x، گشتاور خمشی M_x و نیروی برشی مرتبۀ اوّل Q_x مربوط به میکرو لوله تیرمانند را با انتگرال‌گیری روی مقاطع عرضی آن به‌صورت ماتریسی زیر استخراج کرد:

$$N_x = A_{11}\varepsilon_m + B_{11}\varepsilon_b$$
$$M_x = B_{11}\varepsilon_m + D_{11}\varepsilon_b \qquad (۲)$$
$$Q_x = A_{55}\varepsilon_s$$

در رابطـۀ فـوق $\varepsilon_m = \frac{\partial u}{\partial x} + 0.5\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2$ کـرنش غشـائی، $\varepsilon_b = \frac{\partial \phi_x}{\partial x}$ کـرنش خمشـی و $\varepsilon_s = \phi_x + \frac{\partial w}{\partial x}$ کرنش برشی مرتبۀ اوّل می‌باشـند. همچنـین در روابـط فوق A_{11}، B_{11} و D_{11} به ترتیـب نشـان‌دهنـدۀ اعضـای مـاتریس‌هـای سـختی محـوری، کوپلینـگ خمشـی- محـوری و کوپلینـگ خمشـی بـوده و A_{55} نشان‌دهندۀ اعضای ماتریس‌های سختی برشی میکرو لوله مغناطیس شونده است. با استفاده از مدل تیـر ردی و اصل همیلتون، مجموع انـرژی کرنشـی ذخیـره شـده داخل میکرو لولـه مغنـاطیس شـونده ناشـی از اعمـال بارهای مکانیکی خارجی به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$
\begin{aligned}
&\int_{t_1}^{t_2}\delta U dt = \int_{t_1}^{t_2}[\,(N_x.n)\delta u \\
&+\left(N_x\frac{\partial w}{\partial x}\right).n\,\delta w + (Q_x.n)\delta w \\
&+(M_x.n)\delta\phi_x]dt + \int_{t_1}^{t_2}\int_0^L[-\frac{\partial N_x}{\partial x}\delta u \\
&-\frac{\partial}{\partial x}\left(N_x\frac{\partial w}{\partial x}\right)\delta w - \frac{\partial Q_x}{\partial x}\delta w - \frac{\partial M_x}{\partial x}\delta\phi_x \\
&+Q_x\delta\phi_x]dxdt
\end{aligned}
\tag{۳}
$$

در رابطۀ فوق n نشان‌دهندۀ بردار نرمال بر مرزهای محیطی سطح میانی میکرو لوله است. از طـرف دیگـر انرژی جنبشی ذخیره شده در میکـرو لولـه تیرماننـد را می‌توان به شکل زیر بیان کرد:

$$
\begin{aligned}
T_{Microtube} = \frac{1}{2}\int_0^L\int_0^{2\pi}\int_{-h/2}^{h/2}\rho(z)\big(\dot{U}^2 \\
+\dot{W}^2\big)\,dz\,Rd\theta\,dx
\end{aligned}
\tag{٤}
$$

که در آن U و W مؤلفه‌های جابجایی محوری و جانبی نقـاط داخـل میکـرو لولـه هسـتند. بـا فـرض اینکـه $\vec{V} = V_x\boldsymbol{i} + V_z\boldsymbol{k}$ نشان‌دهندۀ میدان سرعت نسبی مـابین سیّال و میکرو لوله مغنـاطیس شـونده باشـد مـی‌تـوان مؤلفه‌های میدان سرعت داخل میکرو لوله را به‌صـورت زیر در نظر گرفت:

$$
\begin{aligned}
V_x(x,t) &= \dot{U} + V_f\cos\theta \\
V_z(x,t) &= \dot{W} - V_f\sin\theta
\end{aligned}
\tag{۵}
$$

که در آن $\theta = -\frac{\partial w}{\partial x}$ زاویه محور لوله نسبت به راستای افقی در هر نقطۀ و V_f نشان‌دهندۀ سرعت اصلاح شـدۀ سیّال با استفاده از عدد نادسن اسـت. ازایـن‌رو، انـرژی جنبشی جریان سیّال گذرنده از سطح مقطع عرضی A_f با سرعت V_f به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$
\begin{aligned}
T_{Fluid} = \frac{1}{2}\int_0^L\int_{A_f}\rho_f\ (\dot{U}^2 + \dot{W}^2 \\
+2\dot{U}V_f\cos\theta - 2\dot{W}V_f\sin\theta)dA_f dx
\end{aligned}
\tag{٦}
$$

حال با به‌کارگیری روابـط ماکسـول و فـرم محلـی قوانین تعادل به استخراج نیروی لـورنتز انگیختـه شـده توسط میدان مغناطیسی طـولی مـی‌پـردازیم. بـا فـرض اینکه دامنۀ میدان مغناطیسی نسبت بـه راسـتای طـولی دارای توزیـع یکنواخـت اسـت؛ بـا اسـتفاده از تئـوری کلاسیک الکترومغناطیس، کار مجازی انجام شده جانبی توسـط میـدان مغناطیسـی طـولی روی میکـرو لولـه را می‌توان به‌صورت زیر نوشت [19]:

$$
\delta V_{Lorentz} = \int_0^L \eta A H_x^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\delta w dx
\tag{٧}
$$

که در آن η ضریب نفوذپذیری میدان مغناطیسـی و H_x دامنۀ میدان مغناطیسی تحریک در راستای محـور لولـه اسـت. کـار مجـازی انجـام شـده روی جریـان سـیّال ویسکوز توسط انحنای میکرولولـه دربرگیرنـده اثـرات شتاب‌های مماسی و جانب مرکـز سـیّال اسـت کـه بـا فرض ثابت بودن چگالی سیّال نسبت به مکـان و زمـان می توان با اسـتفاده از معـادلات نـاویر اسـتوکس آن را به‌صورت زیر استخراج نمود:

$$
\begin{aligned}
&\delta W_{Viscosity} \\
&= -\int_0^L\left(-\mu_e A_f\frac{\partial^3 u}{\partial x^2\partial t} - \mu_e A_f V_f\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}\sin\theta\right. \\
&\left.+\mu_e A_f V_f\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2\cos\theta\right)\delta U dz \\
&-\int_0^L\left(-\mu_e A_f\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\partial t} - \mu_e A_f V_f\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}\cos\theta\right. \\
&\left.-\mu_e A_f V_f\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2\sin\theta\right)\delta W dz
\end{aligned}
\tag{٨}
$$

که در آن μ_e بیانگر ویسکوزیته مؤثر سیّال است.

کار مجازی انجام شده در سیستم شامل کار اثـرات میدان مغناطیسـی طـولی و ویسـکوزیته جریـان سـیّال داخل میکرو لوله است که بـا جایگـذاری آن در اصـل همیلتون:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2}(T-U)dt + \int_{t_1}^{t_2}(\delta W_{Lorentz}+\delta W_{Viscosity})dt = 0 \qquad (۹)$$

و سپس با متحد صفر قـرار دادن ضـرایب δu، $\delta\phi_x$ و δw مربوط بـه انتگـرال هـای سـطحی و انتگـرال هـای خطی، سه معادله دیفرانسیل غیرخطی با مشتقات جزئی حاکم بر حرکات محـوری u، دورانـی ϕ_x و جـانبی w نقاط واقع بر صفحهٔ میـانی میکـرو لولـه حـاوی سـیّال تحـت شـرایط مـرزی مـورد نظـر در حضـور اثـرات اینرسـی‌هـای محـوری، دورانـی و عرضـی اسـتخراج می‌گردد.

تئوری الاستیسیته غیرموضعی که برای نخستین بار توسط ارینگن [9] پیشنهاد شد علاوه بر اجتناب از حل معادلات پیچیده، توانایی پیش‌بینی رفتار نـانو و میکـرو سازه‌ها را دارد. ازاین‌رو با به‌کارگیری مـدل الاستیسـیته غیرمحلی ارینگن:

$$\sigma_{xx}-e_0a^2\frac{\partial^2\sigma_{xx}}{\partial x^2}=Q_{11}\varepsilon_{xx}$$
$$\sigma_{xz}-e_0a^2\frac{\partial^2\sigma_{xz}}{\partial x^2}=Q_{55}\gamma_{xz} \qquad (۱۰)$$

و با انجـام عملیـات ریاضـی لازم معـادلات حـاکم بـر حرکات محوری، جانبی و دورانی میکرو لوله مغناطیس شونده حاوی سیّال به شکل زیر دست آورد:

$$A_{11}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+B_{11}\frac{\partial^2\phi_x}{\partial x^2}+A_{11}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial w}{\partial x} -\left(1-e_0a^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)[I_0\ddot{u}+I_1\ddot{\phi}_x -V_fI_{0f}\frac{\partial\dot{w}}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial x}-V_f^2I_{0f}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial w}{\partial x}+\dot{V}_fI_{0f} -\mu_eA_f\frac{\partial^3 u}{\partial x^2\partial t}+\mu_eA_fV_f\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}\frac{\partial w}{\partial x} +\mu_eA_fV_f\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2]=0 \qquad (۱۱)$$

$$A_{55}\left(\frac{\partial\phi_x}{\partial x}+\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) +\left(1-e_0a^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\Bigg(-\frac{\partial}{\partial x}\left(N_x\frac{\partial w}{\partial x}\right)+I_0\ddot{w} -I_{0f}V_f\left(\frac{\partial\dot{u}}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial x}+\dot{u}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) -I_{1f}V_f\left(\frac{\partial\dot{\phi}_x}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial x}+\dot{\phi}_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) +2I_{0f}V_f\frac{\partial\dot{w}}{\partial x}-I_{0f}V_f\left(\dot{w}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial w}{\partial x}\right) -\mu_eA_f\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\partial t}-\mu_eA_fV_f\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} +\mu_eA_fV_f\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2\frac{\partial w}{\partial x}+I_{0f}V_f^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} +I_{0f}\dot{V}_f\frac{\partial w}{\partial x}+\eta AH_x^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\mu\dot{w}\Bigg)=0 \qquad (۱۲)$$

$$B_{11}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+D_{11}\frac{\partial^2\phi_x}{\partial x^2}+B_{11}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial w}{\partial x} -A_{55}\left(\phi_x+\frac{\partial w}{\partial x}\right)-\left(1-e_0L^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \left(I_1\ddot{u}+I_2\ddot{\phi}_x\right)=0 \qquad (۱۳)$$

از پارامترهای بی‌بعد زیر به منظور بـی‌بعـد سـازی معادلات حاکم استفاده می‌کنیم:

$$\bar{u}=\frac{u}{L},\bar{x}=\frac{x}{L},\bar{w}=\frac{W}{h},e_n=\frac{e_0a}{L}, \eta=\frac{L}{R},\beta=\frac{h}{R},\rho_b=\frac{\rho_f}{\rho_t},f=\frac{A_f}{A_t}, V=\frac{V_f}{\omega^*L},\bar{t}=\omega^*t,\mu_{eb}=\mu\sqrt{\frac{L^4}{I_{0,t}D_{11}}}, H=H_x\sqrt{\frac{\eta_mL^4}{D_{11}}},\omega^*=\sqrt{\frac{D_{11}}{I_{0,t}L^4}} \qquad (۱٤)$$

در اینجا e_n مشخصهٔ بدون بعد غیرمحلی تنش، η و β نشان‌دهندهٔ مشخصّهٔ نسبت‌های منظـر بـدون بعـد میکرو لوله و ρ_b و f به ترتیب بیانگر چگالی بدون بعد و نسبت سطح مقطع گذر سیّال به سطح مقطع عرضـی میکرو لوله مغناطیس شونده، V و μ_{eb} نیـز بـه ترتیـب

نشـاندهنـدهٔ پـارامتر مشخصّـه بـیبعـد سـرعت و ویسـکوزیته بـیبعـد سـیّال، ω^* فرکـانس مرجـع و H پارامتر بدون بعد میدان مغناطیسی اعمـالی در راسـتای محور میکرو لوله مغناطیس شونده میباشند. به منظـور سادگی از بالا نویس بار در پارامترهـای بـیبعـد شـده صرفنظر میشود. با توجّه به شکل (۱) فرض میکنیم که شرایط مرزی تکیهگاهی حاکم بر حرکـات طـولی و جانبی لبههای ابتدائی و انتهائی میکرو لولـه تیرماننـد از نوع ساده نامتحرک بهصورت زیر است:

$$x = 0, L: \ \ u = w = M_x = 0 \qquad (۱۵)$$

تحقیقات انجـامگرفتـه در زمینـهٔ آنـالیز دینـامیکی تیرها نشان داده است که تأثیر شکل مودهای مربوط بـه فرکانسهای پائین بسیار چشمگیرتر و غالب بـر اثـرات شکل مودهای متناظر بـا فرکـانسهـای بـالا مـیباشـند [20]. لـذا بـرای مطالعـه و بررسـی تغییـر شـکلهـای دینامیکی جانبی و غیرخطی تیرها و صفحات مـیتـوان در روش گالرکین از چنـد شـکل مـود قابـلقبـول کـه شرایط مرزی تکیهگاهی مربوط بـه لبـههـای تیـر و یـا صفحه را ارضاء می کنند؛ استفاده کرد و معادلات تعادل دینامیکی کوپلشده دیفرانسیلی با مشتقات جزئی را بـه فرم معادلات دیفرانسیل غیرخطی معمولی تبدیل نمود. ازاینرو میتوان تابع تغییر مکان جانبی استاتیکی نقـاط روی میکرو لوله مغناطیس شونده را بـه شـکل زیـر در نظر گرفت:

$$w(x,t) = \sum_{m=1}^{M} w_m(t)\phi_m(x) = \sum_{m=1}^{M} w_m(t)\sin m\pi x \qquad (۱۶)$$

در اینجا M نشاندهندهٔ تعداد نیم موجها در جهت محور x است و $w_m(t)$ نشاندهنـدهٔ دامنـهٔ وابسـته بـه زمان در مود mام است. معـادلات حـاکم بـر حرکـت (۱۳-۱۱) دربرگیرنــده دســتگاه معــادلات کوپــلشــده غیرخطی بوده مـیتـوان هماننـد مراجـع [21,22] و بـا چشمپوشی از اثرات اینرسی، حل تقریبـی مؤلفـههـای جابجـایی محـوری و دورانـی میکـرو لولـه مغنـاطیس شونده با شرایط مرزی تکیهگاهی ساده نـامتحرک (۱۵) را بهصورت تابعی از دامنهٔ عرضی این شکل مودها بـه فرم زیر بیان کرد:

$$u(x,t) = \sum_{m=1}^{M} U_m(t)\sin m\pi x$$
$$\phi_x(x,t) = \sum_{m=1}^{M} \Phi_{x_m}(t)\cos m\pi x \qquad (۱۷)$$

که در اینجا، توابع زمانی $U_m(t)$ و $\Phi_{x_m}(t)$ نشاندهندهٔ دامنهٔ زمانی تغییر شکلهای محوری و دورانی متناظر با هر یک از شکل مودهای محوری و دورانی مـیباشـند. با صرفنظر از اثر اینرسیهای محوری و دورانـی و بـا جایگـــذاری $u(x,t)$ و $\phi_x(x,t)$ از رابطـــهٔ (۱۷) در معـادلات (۱۲ و ۱۳) حـاکم و سـپس بـا اعمـال روش گالرکین، میتوان $U_m(t)$ و $\Phi_{x_m}(t)$ را بر حسب دامنـهٔ زمانی جابجاییهای جانبی میکرو لوله بـه دسـت آورد. در ادامه با استفاده از دو شکل مود ارتعاشی اوّل میکرو لولـه در تقریـب میـدان جابجـاییهـای جـانبی و بـا جایگذاری روابط (۱۷) در معادلـه حـاکم بـر حرکـات جانبی (۱۳) و سپس با اعمال روش گالرکین، مـیتـوان معادلات دیفرانسیل حاکم بر حرکات جانبی میکرو لوله حاوی سیّال در حضور تحریک مغناطیسی محـوری بـا دامنهٔ هارمونیک را به شکل دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی زیر به دست آورد:

$$\begin{aligned}
&\ddot{w}_1 + a_1\mu_{eb}\dot{w}_1 + a_2V\dot{w}_2 \\
&+\left(\omega_1^2 + a_3H^2(t)\right)w_1 + a_4\mu_{eb}Vw_2 + h_1^{NL} \\
&= 0 \\
&\ddot{w}_2 + b_1\mu_{eb}\dot{w}_2 + b_3Vw_1 \\
&+\left(\omega_2^2 + b_4H^2(t)\right)w_2 + h_2^{NL} = 0
\end{aligned} \qquad (۱۸)$$

که در آن ω_1 و ω_2 نشاندهنـدهٔ فرکـانسهـای طبیعـی میکرو لولـه بـا دخالـت دادن اثـرات سـرعت جریـان، تحریک مغناطیسی متناظر با هرکدام از درجـات آزادی سیستم میباشند. معـادلات (۱۸) دربرگیرنـده جمـلات

تحریک پارامتریک مغناطیسی و توابع غیرخطی $h_i^{NL} = h_i(w_1, w_2)$ شامل جملات غیرخطی مرتبۀ دوم و سوم از دامنۀ تغییر مکان‌های جانبی دو شکل مود انتخابی و حاصل‌ضرب‌های آنها می‌باشند.

بررسی تأثیر پارامتر مشخصۀ غیرمحلی تنش روی سرعت آستانه فلاتر

با استفاده از دو شکل مود قابل‌قبول برای تخمین تغییر مکان‌های جانبی میکرو لوله به‌صورت:

$$w(x,t) = w_1(t)\sin\pi x + w_2(t)\sin 2\pi x \qquad (۱۹)$$

و با نادیده گرفتن اثر جملات غیرخطی در (۱۸) و با صرف‌نظر کردن از اینرسی‌های $\ddot{u}$ و $\ddot{\phi}$ جابجایی‌های محوری و دورانی می‌توان حل تقریبی جابجایی‌های محوری و دورانی را به‌صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned} u(x,t) &= U_1(t)\sin\pi x + U_2(t)\sin 2\pi x \\ \phi_x(x,t) &= \Phi_{x_1}(t)\cos\pi x + \Phi_{x_2}(t)\cos 2\pi x \end{aligned} \qquad (۲۰)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} U_1(t) &= C_1 V\mu_{eb} w_1(t)^2 + C_2 V^2 w_1(t) w_2(t) + \\ &\quad C_3 V\mu_{eb} w_2(t)^2 + C_4 V w_2(t)\dot{w}_2(t) + C_5 w_1(t) w_2(t) \\ U_2(t) &= D_1 w_1(t)^2 + D_2 V\mu_{eb} w_1(t) w_2(t) \\ \Phi_{x_1}(t) &= E_1 w_1(t) \\ \Phi_{x_2}(t) &= F_1 w_2(t) \end{aligned}$$

در اینجا C_1، C_2 ، C_3، C_4، C_5، D_1، D_2، E_1 و F_1 ضرایب ثابت می‌باشند. در ادامه با جایگذاری حل تقریبی $u(x,t)$ و $\phi_x(x,t)$ از (۲۰) در معادلات حاکم بر حرکات جانبی و با اعمال مجدد روش گالرکین، می توان معادلات خطی حاکم بر تغییر مکان های جانبی میکرو لوله را بر حسب دامنۀ شکل مودهای جانبی ارتعاشی به‌صورت زیر به دست آورد:

$$\begin{aligned} &\ddot{w}_1 + a_1\mu_{eb}\dot{w}_1 + a_2 V\dot{w}_2 \\ &+\left(\omega_1^2 + a_3 H^2(t)\right)w_1 + a_4\mu_{eb} V w_2 = 0 \\ &\ddot{w}_2 + b_1\mu_{eb}\dot{w}_2 + b_3 V w_1 \\ &+\left(\omega_2^2 + b_4 H^2(t)\right)w_2 = 0 \end{aligned} \qquad (۲۱)$$

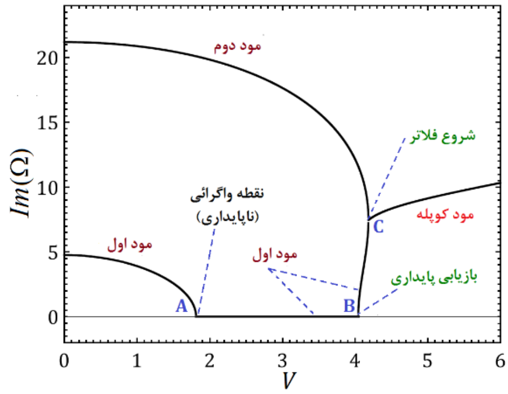
با جایگذاری حل همگن خطی هارمونیک $\boldsymbol{w}(t) = \{\boldsymbol{w}\}e^{-i\omega t}$ که در آن $\{\boldsymbol{w}\} = \{w_1, w_2\}$ است؛ برای تغییر مکان‌های جانبی در (۲۱) می‌توان معادلات فلاتر خطی میکرو لوله دربرگیرندۀ اثرات میدان مغناطیسی، سرعت جریان و ویسکوزیته جریان را به‌صورت زیر استخراج کرد:

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &a_{11} = \omega_1^2 + a_3 H^2 + a_1\mu_{eb} i\omega - \omega^2 \\ &a_{12} = a_2 V i\omega + a_4\mu_{eb} V \\ &a_{21} = b_3 V \\ &a_{22} = \omega_2^2 + b_4 H^2 + b_1\mu_{eb} i\omega - \omega^2 \end{aligned} \qquad (۲۲)$$

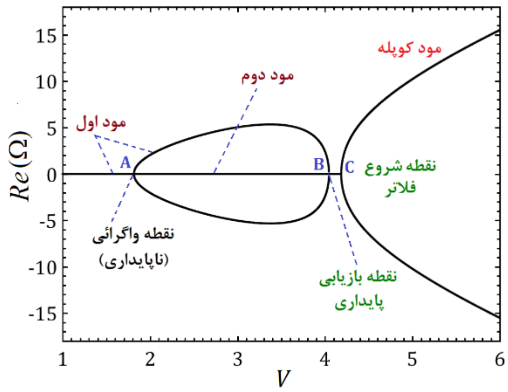
با حل مسئله، مقدار ویژه متناظر با (۲۲) مشخصات فلاتر خطی با تغییرات سرعت جریان به دست می‌آید. لذا با در نظر گرفتن مقادیر عددی کمیّت‌های بدون بعد ویسکوزیته مؤثر سیّال $\mu_{eb} = 0$، نسبت ابعاد میکرولوله $\beta = 0.096$ و $\eta = 100$، پارامتر مقیاس طول $e_n = 0.00282$ [23]، تحریک مغناطیسی $\mathrm{H} = 200$ ، چگالی بدون بعد $\rho_b = 0.435$ و نسبت سطح مقطع گذر سیّال به سطح مقطع عرضی میکرو لوله مغناطیس شونده $f = 5.205$، معادلۀ مشخصۀ متناظر با (۲۲) حل گردید و در شکل‌های (۲ و ۳) منحنی‌های تغییرات بخش‌های موهومی و حقیقی مقادیر ویژه (فرکانس‌های طبیعی) Ω_1 و Ω_2 مربوط به شکل مودهای ارتعاشی اوّل و دوم میکرو لوله مغناطیس شونده بر حسب سرعت جریان نشان داده شده است. با توجّه به شکل (۲)، با افزایش سرعت جریان، منحنی مشخصۀ مربوط به مود اوّل به سمت مقدار صفر متناظر با سرعت $V_A \simeq 1.815$ نزدیک می‌شود به‌طوری‌که در این نقطۀ به سبب دوشاخگی منحنی مشخصّه $Re(\Omega_1)$ در شکل (۳)،

سیستم دچار ناپایداری واگرایی می‌شود. حال‌آنکه در این سرعت مودهای بالاتر پایدار باقی می‌مانند. از نقطهٔ نظر فیزیکی می‌توان گفت که مود اوّل در مقادیر بالاتر از سرعت V_A دچار ناپایداری از نوع واگرایی می‌شود. در بازهٔ $V_A \leq V \leq V_B$ میکرو لوله هم‌زمان با جذب انرژی سیّال و با تمایل به حفظ پایداری خود، انرژی جذب شده را به‌منظور تحریک شکل مودهای بالاتر بکار می‌گیرد.

مطابق شکل (۲) با افزایش سرعت از مقدار V_A به سمت مقادیر بالاتر در بازه $V_A \leq V \leq V_B$ بخش موهومی مود اوّل تا مقداری از سرعت که در آن مقدار هر دو بخش حقیقی $Re(\Omega_1)$ (مثبت و منفی) غیر صفر می‌باشند، در مقدار صفر باقی می‌ماند درحالی‌که مود دوم در سرعت‌های پایین‌تر از سرعت V_B پایدار است. در سرعت V_B و سرعت‌های بالاتر، مود دوم نیز دچار ناپایداری واگرایی می‌گردد. ازاین‌رو مطابق شکل (۲)، سرعت‌های $V_A \simeq 1.815$ و $V_B \simeq 4.045$ به ترتیب نشان‌دهندهٔ سرعت‌های متناظر با وقوع ناپایداری واگرایی مودهای اوّل و دوم می‌باشند. قسمت حقیقی $Re(\Omega_1)$ و $Re(\Omega_2)$ در بازهٔ سرعت $V_B \leq V \leq V_C$ صفر است (شکل ۳). در سرعت‌های $V \leq V_C$، مقادیر ویژه مربوط به مودهای اوّل و دوم مجزا هستند اما با افزایش سرعت جریان از V_C به سمت سرعت‌های بالاتر، قسمت‌های موهومی مقادیر ویژه مودهای اوّل و دوم $Im(\Omega_1)$ و $Im(\Omega_2)$ با هم یکی شده و از مقدار صفر به سمت مقادیر مثبت افزایش می‌یابد، درحالی‌که قسمت‌های حقیقی آنها به سمت مقادیر غیر صفر مثبت و منفی دو شاخه می‌شوند. به‌عبارت‌دیگر، در سرعت‌های بالاتر از مقدار V_C مودهای طبیعی اوّل و دوم به‌صورت کامل به هم‌آمیخته شده و یک شکل مود کوپله شده ناپایدار را تشکیل می‌دهند که نشان‌دهندهٔ ناپایداری فلاتر است. سرعتی که در آن ترکیب (انعقاد) شکل مودهای اوّل و دوم رخ می‌دهد، سرعت بحرانی آستانه فلاتر نامیده می‌شود. بنابراین در محدودهٔ سرعت‌های $V_C > V_B$ به علت کوپلینگ مودهای اوّل و دوم و به‌تبع آن بروز پدیده فلاتر، دینامیک حاکم بر نوسانات سیّال انگیخته میکرو لوله با دو درجهٔ آزادی دارای فرکانس‌های طبیعی تکراری خواهد بود.



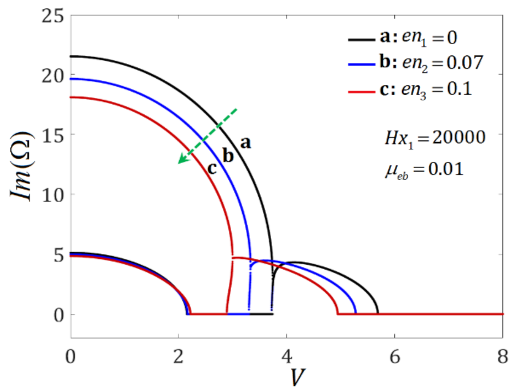
شکل«۲»: تغییرات قسمت موهومی مقادیر ویژه شکل مودهای اوّل و دوم بر حسب سرعت بدون بعد سیّال تحت شرط مرزی ساده نامتحرک



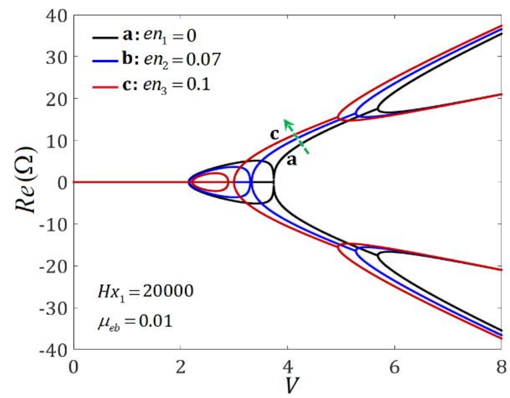
شکل «۳»: تغییرات قسمت حقیقی مقادیر ویژه شکل مودهای اوّل و دوم بر حسب سرعت بدون بعد تحت شرط مرزی ساده نامتحرک

شکل‌های (٤ و ٥) به ترتیب نشان‌دهندهٔ منحنی‌های تغییرات بخش‌های حقیقی و موهومی مقادیر ویژه متناظر با مودهای اوّل و دوم بر حسب سرعت جریان سیّال برای مقدار خاصی از ویسکوزیته سیّال $\mu_{eb} = 0.01$ می‌باشند. با توجّه به این شکل‌ها پیداست افزایش پارامتر مشخصّه غیرمحلی تنش یا پارامتر مشخصّه مقیاس (en)، تأثیر قابل‌ملاحظه‌ای روی

سرعت بحرانی مربوط به واگرائی شکل مود قابل‌قبول ندارد اما سبب می‌شود ناپایداری مربوط به مود دوم ارتعاشی در مقادیر پایین‌تر از سرعت جریان اتفاق بیفتد. به‌عبارت‌دیگر، افزایش دامنهٔ تحریک مغناطیسی سبب تعجیل در شروع ناپایداری مربوط به شکل مود دوم می‌گردد. همچنین با توجّه به این شکل‌ها مشاهده می‌شود که افزایش این پارامتر اثر ناپایدار ساز داشته و سبب می‌شود که ناپایداری فلاتر حاصل از کوپلینگ شکل مودها در مقادیر پایین‌تر از سرعت جریان اتفاق بیفتد. از طرف دیگر، در سرعت‌های بالاتر از سرعت کوپلینگ یا فلاتر مودها با افزایش این پارامتر، ناپایداری مود ترکیبی (متناظر با مود فلاتر) نیز به‌تعجیل افتاده و در سرعت‌های پائین‌تر اتفاق می‌افتد.

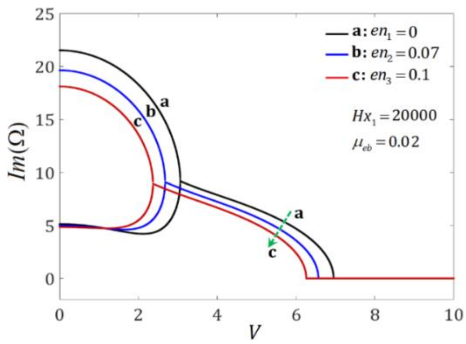


شکل «٤»: تغییرات قسمت موهومی مقادیر ویژه شکل مودهای اوّل و دوم بر حسب سرعت جریان برای سه مقدار مختلف از پارامتر غیرمحلی تنش

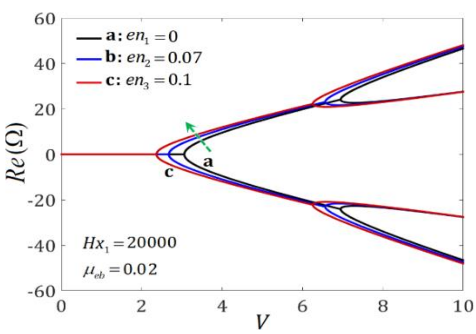


شکل «٥»: تغییرات قسمت حقیقی مقادیر ویژه شکل مودهای اوّل و دوم بر حسب سرعت جریان برای سه مقدار مختلف از پارامتر غیرمحلی تنش

شکل‌های (٦ و ٧) نشان‌دهندهٔ منحنی‌های تغییرات بخش‌های حقیقی و موهومی مقادیر ویژه متناظر با مود های اوّل و دوم بر حسب سرعت جریان سیّال برای $\mu_{eb} = 0.02$ می‌باشند. با توجّه به این شکل‌ها نیز دیده می‌شود به علّت بزرگ بودن ویسکوزیته سیّال و به‌تبع آن میرایی سیستم (در مقایسه با حالت قبل) هیچ‌کدام از شکل مودها قبل از فلاتر دچار ناپایداری نمی‌شوند. علاوه بر این با افزایش ویسکوزیته از درجهٔ ناپایداری سیستم کاسته و محدوده فلاتر (سیکل حدی نوسانی پایدار با مود ترکیبی) را در مقایسه با ناپایداری محض بهبود می‌یابد. از طرف دیگر پیداست که پارامتر مشخصّه غیرمحلی تنش اثر ناپایدار کننده داشته و با افزایش آن، سرعت شروع ناپایداری فلاتر (سرعت ترکیب مودهای اوّل و دوم) و واگرائی مود ترکیبی به‌تعجیل افتاده و در سرعت‌های پائین تر اتفاق می‌افتد.

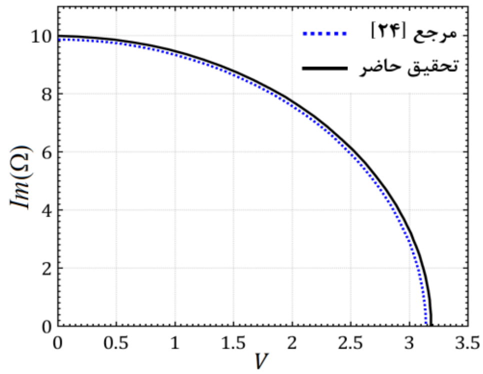


شکل «٦»: تغییرات قسمت موهومی مقادیر ویژه مودهای اوّل و دوم بر حسب سرعت جریان برای سه مقدار مختلف از پارامتر غیرمحلی تنش



شکل «٧»: تغییرات قسمت حقیقی مقادیر ویژه مودهای اوّل و دوم بر حسب سرعت جریان برای سه مقدار مختلف از پارامتر غیرمحلی تنش

اعتبارسنجی. به منظور مقایسه و اعتبارسنجی مدل ارائه شده در تحقیق اخیر، همانند مرجع [24] و در غیاب اثر تحریک پیزوالکتریک، فلاتر خطی و غیرمحلی میکرو لوله حاوی سیّال (با مدل تیر کلاسیک غیرمحلی) در حضور جریان محوری مورد مطالعه و بررسی قرار می‌گیرد. برای این منظور با فرض شرایط مرزی تکیه‌گاهی دوسرگیردار حاکم بر ابتدا و انتهای میکرو لوله، منحنی های تغییرات فرکانس طبیعی بدون بعد مربوط به شکل مود خمشی اوّل ارتعاشی میکرو لوله بر حسب سرعت جریان و متناظر با ولتاژ بدون بعد $V_{dc} = 0$ استخراج گردید و مطابق شکل (۸) نتایج مدل عددی حاضر با نتایج مرجع [24] مورد مقایسه قرار گرفت. با توجّه به این شکل می توان دریافت که سازگاری و تطابق خوبی مابین نتایج دیده می‌شود.



شکل «۸»: صحت سنجی نتایج تحقیق حاضر در مقایسه با نتایج مرجع [24] برای تغییرات فرکانس طبیعی شکل مود قابل‌قبول بر حسب تغییرات سرعت

تحلیل غیرخطی مسئله و مطالعه کمی پایداری

برای تحلیل رفتار غیرخطی میکرو لوله مغناطیس شونده حاوی سیّال تحت تحریک پارامتریک مغناطیسی در شکل مود قابل‌قبول ارتعاشی، با فرض $w(x,t) = w_1(t)sin\pi x$ با استفاده از اوّلین معادله از معادلات دیفرانسیل (۱۸)، معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکات جانبی میکرو لوله در شکل مود ارتعاشی اوّل در حضور تحریک مغناطیسی محوری $H(t) = Hcos\frac{\Omega t}{2}$ قابل استخراج است که دربرگیرنده اثرات میدان مغناطیسی محوری و اثرات غیرخطی حرکات جانبی میکرو لوله است. با فرض اینکه دامنهٔ جمله هارمونیک مغناطیسی (H)، میرایی ناشی از ویسکوزیته سیّال و جملات غیرخطی در مقایسه با جملات خطی از مرتبهٔ پایین‌تر هستند می‌توان با وارد کردن پارامتر کوچک و بدون بعد ε که نشان‌دهندهٔ مرتبهٔ دامنهٔ حرکات جانبی میکرو لوله است و با استفاده از روش مقیاس‌های چندگانه و روابط مثلثاتی، معادله مذکور را به شکل زیر نوشت:

$$\ddot{w}_1 + \omega_1^2 w_1 = -\varepsilon\lambda_1\mu_{eb}\dot{w}_1 - \frac{1}{2}\varepsilon\lambda_2 H^2 - \frac{1}{2}\varepsilon\lambda_2 H^2\cos\frac{\Omega t}{2} - \varepsilon\lambda_3 w_1^3 - \varepsilon\lambda_4 k_3 w_1^3 \qquad (۲۳)$$

می‌توان برای سادگی و آنالیز رفتار غیرخطی ورای ناپایداری فلاتر $(\lambda > \lambda_{cr})$ توأم با تشدید پارامتریک مغناطیسی از دو شکل مود قابل‌قبول $(m = 1,2)$ در جهت جریان و اوّلین شکل مود $(n = 1)$ در جهت عمود بر جریان برای تقریب تغییر مکان‌های عرضی میکرو لوله استفاده کرده و معادلات دیفرانسیل غیرخطی حاکم را به‌صورت زیر تقلیل داد [25,26]:

$$\begin{aligned}&\ddot{w}_1 + \omega_1^2 w_1 + \alpha_{12}\lambda w_2 + g_a\dot{w}_1\\&+\eta_{11}Hw_1\cos\Omega t + g_{11}w_1^3 + g_{12}w_1w_2^2\\&= 0\\&\ddot{w}_2 + \omega_2^2 w_2 + \alpha_{21}\lambda w_1 + g_a\dot{w}_2\\&+\eta_{22}Hw_2\cos\Omega t + g_{21}w_1^2w_2 + g_{22}w_2^3\\&= 0\end{aligned} \qquad (۲٤)$$

در معادلات اخیر $w_1(\mathrm{t})$ و $w_2(\mathrm{t})$ نشان‌دهندهٔ دامنهٔ‌های ارتعاشی وابسته به زمان میکرو لوله در شکل مود (1,1) و (2,1) می‌باشند اگر جملات غیرخطی و جملات غیر خودگردان موجود در (۲٤)، در مقایسه با جملات خطی کوچک فرض شوند؛ سیستم به یک سیستم غیر خودگردان با جملات غیرخطی ضعیف تبدیل می‌گردد. می‌توان برای به دست آوردن حل تقریبی این معادلات از روش اغتشاشات استفاده کرد. با توجّه به اینکه در برخی از مسائل تأثیر و اهمّیّت

جمــلات غیرخطــی، میرایــی و تحریــک پارامتریــک می‌تواند نسبت به هم متفاوت باشد؛ لذا می‌توان با وارد کـردن پـارامتر کوچـک و بـدون بعـد ε کـه بـه‌نـوعی نشان‌دهندهٔ مرتبهٔ دامنـهٔ حرکـات جـانبی اسـت، مرتبـهٔ بزرگی جملات موجود در مـدل غیرخطـی (۲٤) را در مقایسه با هم متفاوت و به ترتیب به‌صورت $\varepsilon^{\beta ga}$ ،ε^{β_N} و ε^{β_F} در نظر گرفت. با در نظر گرفتن فرضـیّات فـوق می‌توان معادلات (۲٤) را به شکل ماتریسـی زیـر بیـان کرد:

$$[I]\{\ddot{w}\} + [A]\{w\} + \varepsilon^{\beta_{ga}}[g_a]\{\dot{w}\} + \varepsilon^{\beta_F} H \cos\Omega t\,[\eta]\{w\} + \varepsilon^{\beta_N}[\Gamma]\{w\} = 0 \qquad (۲۵)$$

که در آن $[\eta]$ ماتریس ضـرایب نیـروی محـوری، $[g_a]$ ماتریس ضرایب میرایی ناشی از اثر ویسکوزیته جریـان و $[\Gamma]$ ماتریسی است که عناصر آن توابعی مرتبهٔ دوم از w_1 و w_2 می‌باشند:

$$[A] = \begin{bmatrix}\omega_1^2 & 0\\ 0 & \omega_2^2\end{bmatrix} + \lambda\begin{bmatrix}0 & \alpha_{12}\\ \alpha_{21} & 0\end{bmatrix},\ [\eta] = \begin{bmatrix}\tilde{\eta}_{11} & 0\\ 0 & \tilde{\eta}_{22}\end{bmatrix}, [g_a] = \begin{bmatrix}\tilde{g}_{a11} & 0\\ 0 & \tilde{g}_{a22}\end{bmatrix},\ [\Gamma] = \begin{bmatrix}\tilde{\Gamma}_{11}w_1^2 & \tilde{\Gamma}_{12}w_2^2\\ \tilde{\Gamma}_{21}w_1^2 & \tilde{\Gamma}_{22}w_2^2\end{bmatrix} \qquad (\text{۲٦–الف})$$

که در آن،

$$\tilde{\eta}_{ij} = \varepsilon^{-\beta_F}\eta_{ij},\ \tilde{g}_{aij} = \varepsilon^{-\beta_{ga}}g_{aij},\ \tilde{\Gamma}_{ij} = \varepsilon^{-\beta_N}\Gamma_{ij} \qquad (\text{۲٦–ب})$$

برای بررسـی رفتـار غیرخطـی میکـرو لولـه ورای فلاتر (ناپایداری سـیّال انگیختـه) و در نزدیکـی فشـار دینـامیکی بحرانـی، رابطـهٔ اغتشاشـی بـه‌صـورت $\lambda = \lambda_{cr} + \Lambda\varepsilon^{\beta_\Lambda}$ بیان می‌شود که در آن Λ نشان‌دهندهٔ پارامتر تنظیم فشار دینامیکی (فشار دینامیکی اغتشاشی) و ε^{β_N} بیانگر مرتبهٔ جمله جریان اسـت. بـا اسـتفاده از این فرض خواهیم داشت:

$$[A] = [A_{cr}] + (\lambda - \lambda_{cr})[\alpha_{nm}] = [A_{cr}] + \Lambda\varepsilon^{\beta_\Lambda}[\alpha_{nm}] \qquad (\text{۲۷–الف})$$

که در آن،

$$[A_{cr}] = [\omega_n^2] + \lambda_{cr}[\alpha_{nm}] \qquad (\text{۲۷–ب})$$

در آستانهٔ فلاتر (به ازای فشـار دینـامیکی بحرانـی λ_{cr}) مقادیر ویژه مـاتریس ضـرایب سیسـتم خطـی بـا کوپلینگ ناشی از ویسکوزیته جریان، تکراری می‌شوند که در این حالت با استفاده از تبدیل همانندی مستخرج از بردارهای ویژه نرمـالیزه مـاتریس $[A_{cr}]$ بـه‌صـورت $\{w\} = [Z]\{u\}$ مـی‌تـوان مـاتریس $[A_{cr}]$ را بـه فـرم کانونیکال جردن تبدیل کرده و معادلهٔ ماتریسی (۲۵) را به شکل زیر نوشت:

$$[I]\{\ddot{u}\} + [J_c]\{u\} + \varepsilon^{\beta_\Lambda}\Lambda[\hat{\alpha}]\{u\} + \varepsilon^{\beta_{ga}}[\hat{g}_a]\{\dot{u}\} + \varepsilon^{\beta_F} H\cos\Omega t\,[\hat{\eta}]\{u\} + \varepsilon^{\beta_N}[\hat{\Gamma}]\{u\} = 0 \qquad (\text{۲۸– الف})$$

که در آن،

$$[\hat{\alpha}] = [Z]^{-1}[\alpha][Z],\ [\hat{g}_a] = [Z]^{-1}[\tilde{g}_a][Z],\ [\hat{\Gamma}] = [Z]^{-1}[\tilde{\Gamma}][Z], [\hat{\eta}] = [Z]^{-1}[\tilde{\eta}][Z] \qquad (\text{۲۸–ب})$$

هنگامی‌که فرکانس تحریک نیروی درون صفحه‌ای Ω در محدوده دو برابر اوّلین فرکانس طبیعی تکـراری سیستم ω باشد، کوچـک‌تـرین تغییـر در پـارامترهـای سیستم می‌تواند منجر به وجـود آمـدن پاسـخ‌هـایی بـا دامنهٔهایی بسیار بزرگ شود. لذا جهت بررسی و مطالعه رفتار غیرخطی سیستم هنگام رزونـانس پارامتریـک، بـا وارد کردن پارامتر تنظیم‌کننده σ می‌توان رابطـهٔ تشـدید پارامتریک فرکانس را به‌صورت $\Omega = 2\omega + \sigma\varepsilon^{\beta}$ بیان کرد. β پارامتری است کـه بایسـتی تعیـین شـود. حـل تقریبی و مرتبهٔ اوّل معادله (۲۸–الـف) را مـی‌تـوان بـه شکل زیر در نظر گرفت:

$$u_n(t,\varepsilon) = \varepsilon^{-\beta_n}\left(u_{n_0}(T_0,T_1) + \varepsilon^{\beta_0}u_{n_1}(T_0,T_1) + \ldots\right),\quad T_n = \varepsilon^{n\beta_0}t,\ n = 0,1 \qquad (۲۹)$$

با انجام یک سِری عملیات ریاضی و ساده‌سازی‌ها معادلات پاسخ سیستم در شرایط ماندگار به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned}&2\omega_1\hat{g}_a a_1+\hat{\eta}_{12}F_x a_2\sin\gamma_2\\&+\left(\frac{3}{4}\hat{\Gamma}_{1222}a_2^3+\Lambda\hat{\alpha}_{12}a_2\right)\sin\gamma_1=0\\&2\omega_1\hat{g}_a a_2+a_1\sin\gamma_1=0\\&\sigma\omega_1 a_1+\hat{\eta}_{12}F_x a_2\cos\gamma_2\\&+\left(\frac{3}{4}\hat{\Gamma}_{1222}a_2^3+\Lambda\hat{\alpha}_{12}a_2\right)\cos\gamma_1=0\\&\sigma\omega_1 a_2+a_1\cos\gamma_1=0\end{aligned} \quad (۳۰)$$

که در آن، $\gamma_1=\theta_1-\theta_2$ و $\gamma_2=\sigma T_1-\theta_1-\theta_2$ است. با حل معادلات اخیر می‌توان حل‌های بدیهی/ غیر بدیهی سیستم در شرایط ماندگار را به دست آورد.

برای بررسی پایداری حل‌های ماندگار غیر بدیهی، فرض می‌کنیم که a_1^s، a_2^s، γ_1^s و γ_2^s به ترتیب نشان‌دهندهٔ حل‌های غیر بدیهی معادلات (۳۰) در شرایط ماندگار برای دامنهٔ و فاز سیستم در شکل مود های اوّل و دوم ارتعاشی باشند. ازاین‌رو، می‌توان حل کلی را به‌صورت مجموع حل‌های پایا و اغتشاشی به شکل زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned}&a_1(t)=a_1^s+C_1e^{rt}\\&a_2(t)=a_2^s+C_2e^{rt}\\&\gamma_1(t)=\gamma_1^s+C_3e^{rt}\\&\gamma_2(t)=\gamma_2^s+C_4e^{rt}\end{aligned} \quad (۳۱)$$

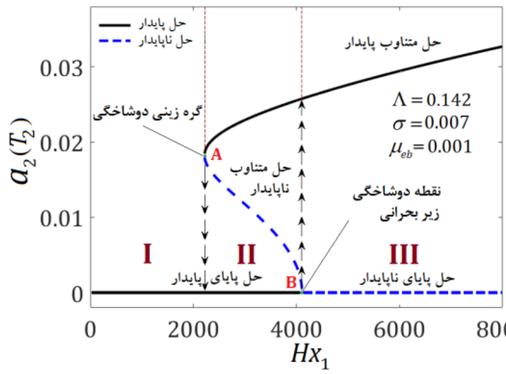
که در آن $C_ie^{rt}(t)$ بیانگر اغتشاشات جزئی نسبت به وضعیت پایا است. با استفاده از روابط (۳۱) و معادلات (۳۰) معادله مشخصّه زیر که توصیف‌کننده وضعیت پایداری یا ناپایداری حل‌های اغتشاشی است، به دست می‌آید:

$$\lambda^4+b_1\lambda^3+b_2\lambda^2+b_3\lambda+b_4=0 \quad (۳۲)$$

مطابق معیار راث-هوریتز اگر به‌صورت هم‌زمان، بخش حقیقی تمامی ریشه‌های معادله (۳۲) که نشانگر مقادیر ویژه ماتریس ضرایب سیستم خطی شده است؛ منفی باشند، حل غیر بدیهی سیستم پایدار خواهد بود [27].

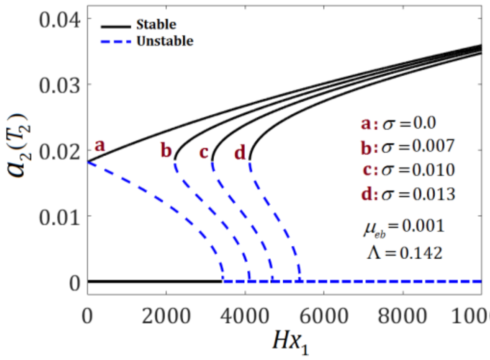
تحلیل تشدید پارامتریک مغناطیسی. در این قسمت به بررسی عددی رفتار میکرو لوله که به‌صورت هم‌زمان تحت تحریک مغناطیسی پارامتریک (در محدوده اوّلین فرکانس طبیعی) و در حضور جریان محوری سیّال پرداخته می‌شود. در این راستا با فرض $\mu_{eb}=0.001$ و $\sigma=0.001$ در شکل (۹) تغییرات دامنهٔ تشدید میکرو لوله با نسبت ابعاد $\eta=L/R=100$ و $\beta=h/R=0.1$ بر حسب دامنهٔ ترم هارمونیک تحریک مغناطیسی H_{x_1} بعد از نقطهٔ شروع فلاتر (متناظر با سرعت بحرانی V_{cr}) با سرعت اغتشاشی $\Lambda=0.142$ نشان داده شده است. مطابق این شکل، منحنی‌های مشخصّه دامنهٔ تشدید دربرگیرنده حل‌های بدیهی (صفر) و غیر بدیهی (غیر صفر) است. در این شکل منحنی‌های پیوسته بیانگر حل پایدار و منحنی‌های منقطع بیانگر حل ناپایدار هستند. در ناحیهٔ I اثر ویسکوزیته جریان سیّال که نقش میرایی سیستم را دارا است غالب بر اثر دامنهٔ تحریک مغناطیسی است و در این ناحیهٔ فقط یک حل صفر بدیهی پایدار برای دامنهٔ تشدید وجود دارد و بیان‌کنندهٔ این واقعیت است که در این ناحیهٔ تشدید میکرو لوله تحریک نخواهد شد. با افزایش دامنهٔ نیروی تحریک بدون بعد، اوّلین گره زینی دوشاخگی (Saddle-Node Hopf bifurcation) یعنی نقطهٔ A ظاهر می‌شود. بعد از گذر از این نقطهٔ و در ناحیهٔ II با توجّه به تعامل بین اثرات جمله میرایی ناشی از ویسکوزیته و تحریک مغناطیسی، ابتدا یک حل غیر بدیهی غیر صفر پریودیک ناپایدار (سیکل حدی نوسانی ناپایدار) و یک حل غیر بدیهی غیر صفر پریودیک پایدار (سیکل حدی نوسانی پایدار) برای دامنهٔ تشدید a_2 وجود دارد. در ادامه و با افزایش دامنهٔ نیروی تحریک حل ناپایدار از بین رفته و دومین نقطهٔ دوشاخگی از نوع زیر بحرانی (نقطهٔ B

نیز ظاهر می‌شود. بعد از گذر از نقطهٔ دوشاخگی دوم، سیستم فقط دارای یک حل غیر بدیهی پایدار متناظر با وجود سیکل حدی نوسانی پایدار خواهد بود (ناحیهٔ III) که بیانگر این واقعیت است که در ناحیهٔ III اثر دامنهٔ ترم هارمونیک تحریک مغناطیس غالب بر اثر ویسکوزیته بوده و همواره یک حل پریودیک غیر بدیهی غیر صفر پایدار وجود داشته و تشدید میکرو لوله اتفاق می‌افتد. با توجّه به شکل (۹)، در نقاط A و B پدیده جهش دامنهٔ اتفاق می‌افتد به‌نحوی‌که در مقادیر دامنهٔ تحریک متناظر با این جهش‌ها، پاسخ‌های سیستم به ترتیب از حل‌های غیر بدیهی پریودیک و بدیهی صفر سریعاً به سمت حل‌های بدیهی صفر و غیر بدیهی پریودیک جذب می‌شوند.



شکل «۹»: منحنی‌های تغییرات دامنهٔ تشدید بر حسب پارامتر دامنهٔ تحریک مغناطیسی میکرو لوله

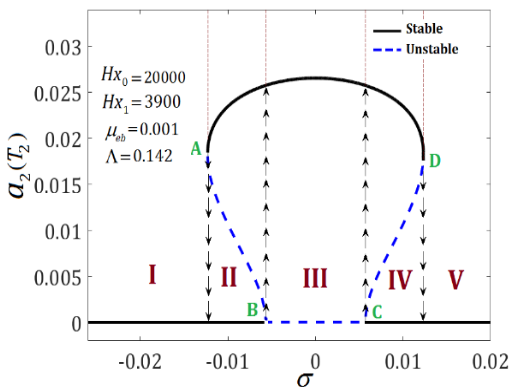
در شکل (۱۰) منحنی‌های تغییرات دامنهٔ تشدید بر حسب پارامتر دامنهٔ تحریک مغناطیسی برای چهار مقدار مختلف از پارامتر تنظیم‌کننده فرکانس $\sigma = 0, 0.007, 0.01, 0.013$ ترسیم شده است. از روی این شکل می‌توان دریافت در حضور جریان محوری سیّال از داخل میکرو لوله با سرعت اغتشاشی $\Lambda = 15$ تشدید میکرو لوله همواره تحریک شده و افزایش پارامتر تنظیم σ باعث انتقال نقاط دو شاخگی زینی و زیربحرانی منحنی‌ها به سمت راست شده و سبب کاهش عرض منطقه تشدید می‌شود. در نتیجهٔ افزایش مقدار پارامتر تنظیم فرکانس، اثر پایدارکننده روی منحنی‌های پاسخ می‌گذارد. از طرف دیگر مطابق این شکل مشاهده می‌شود که با افزایش مقدار پارامتر تنظیم‌کننده فرکانس دامنهٔ تشدید کاهش می‌یابد.



شکل «۱۰»: منحنی‌های تغییرات دامنهٔ تشدید بر حسب پارامتر دامنهٔ تحریک مغناطیسی به ازای چهار مقدار مختلف پارامتر تنظیم‌کننده فرکانس

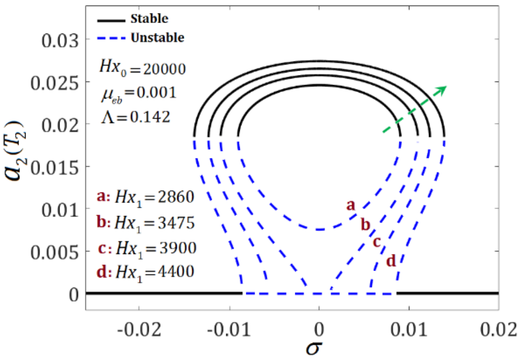
آنالیز پاسخ فرکانسی. در شکل (۱۱) منحنی‌های پاسخ فرکانسی برای مقادیر $H_{x0} = 20000$، $H_{x1} = 3900$، $\mu_{eb} = 0.001$ و $\Lambda = 0.142$ نشان داده شده است. با توجّه به این شکل دیده می‌شود که در ناحیهٔ I با افزایش پارامتر تنظیم σ در بازه فرکانسی داده شده فقط یک حل بدیهی صفر پایدار برای دامنهٔ تشدید وجود خواهد داشت. به‌عبارت‌دیگر در این ناحیه، تشدید میکرو لوله تحریک نخواهد شد. با افزایش تدریجی پارامتر σ اوّلین نقطهٔ دوشاخگی زینی (متناظر با نقطهٔ A) ظاهر می‌شود چنین دوشاخگی زینی‌مانند منجر به بروز پدیده جهش دامنهٔ می‌شود که در ضمن این جهش، پاسخ سیستم از نقطهٔ A به‌صورت ناگهانی به سمت حل بدیهی صفر پایدار جذب می‌شود. بعد از گذر از این نقطهٔ دوشاخگی یعنی در ناحیهٔ II، ابتدا یک حل پریودیک غیر بدیهی غیر صفر ناپایدار (متناظر با سیکل حدی نوسانی ناپایدار) و یک حل پریودیک غیر بدیهی غیر صفر پایدار (متناظر با سیکل حدی نوسانی پایدار) برای دامنهٔ تشدید وجود خواهد داشت. در این ناحیهٔ، پدیده تشدید اتفاق

می‌افتد. با ادامهٔ افزایش پارامتر تنظیم نقطهٔ دوشاخگی دوم از نوع زیر بحرانی نیز ظاهر می‌شود (نقطهٔ B). بعد از عبور از نقطهٔ دوشاخگی دوم در ناحیهٔ III، ابتدا یک حل پریودیک غیر بدیهی ناپایدار و یک حل پریودیک غیر بدیهی پایدار برای دامنهٔ تشدید وجود خواهد داشت. در این ناحیهٔ مشاهده می‌شود که با افزایش مقدار پارامتر تنظیم فرکانس تا نقطهٔ صفر ابتدا دامنهٔ تشدید افزایش و سپس بعد از گذر از نقطهٔ صفر دامنهٔ تشدید کاهش می‌یابد. در ناحیهٔ III بعد از گذر از نقطهٔ صفر و با ادامه افزایش تدریجی پارامتر تنظیم، نقطهٔ دوشاخگی سوم نیز ظاهر می‌شود که در این ناحیهٔ نیز مشابه ناحیهٔ II، ابتدا یک حل پریودیک غیر بدیهی ناپایدار و یک حل پریودیک غیر بدیهی پایدار برای دامنهٔ پاسخ وجود خواهد داشت. با افزایش پارامتر تنظیم در این ناحیهٔ و بعد از گذر از این نقطهٔ دوشاخگی زینی (نقطهٔD)، منحنی که نشان‌دهندهٔ حل غیر بدیهی پایدار است به سمت عقب دو شاخه می‌شود. چنین دوشاخگی زینی-مانند منجر به اتفاق افتادن پدیده جهش دامنهٔ می‌شود که در ضمن این جهش، پاسخ سیستم از نقطهٔ D سریعاً به سمت حل بدیهی پایدار جذب می‌شود. بعد از عبور از این نقطهٔ دوشاخگی حل‌های غیر بدیهی ناپدید شده و سیستم فقط یک حل بدیهی پایدار خواهد داشت.



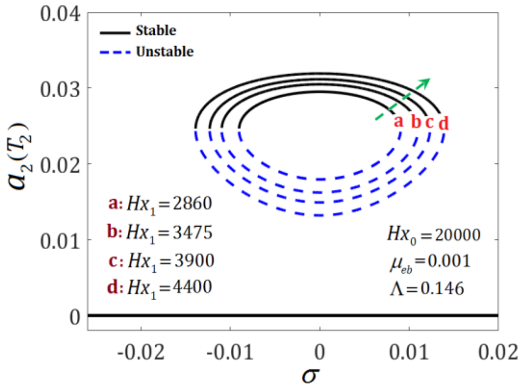
شکل «۱۱»: منحنی‌های پاسخ فرکانسی میکرو لوله

شکل (۱۲) نشان‌دهندهٔ منحنی‌های مشخصّه پاسخ فرکانسی برای چهار مقدار مختلف دامنهٔ تحریک مغناطیسی محوری میکرو لوله $H_{x1} = 2860, 3475, 3900, 4400$ ورای نقطهٔ شروع فلاتر (متناظر باسرعت بحرانی V_{cr}) با سرعت اغتشاشی $\Lambda = 0.142$ است. مطابق این شکل می‌توان دریافت که افزایش اندازه دامنهٔ تحریک مغناطیسی اثر ناپایدار کننده دارد به‌نحوی‌که سبب افزایش عرض منطقه وقوع تشدید پارامتریک مغناطیسی می‌شود. به‌خوبی پیداست که افزایش دامنهٔ تحریک باعث افزایش دامنهٔ پاسخ غیرخطی یا همان دامنهٔ تشدید می‌گردد.

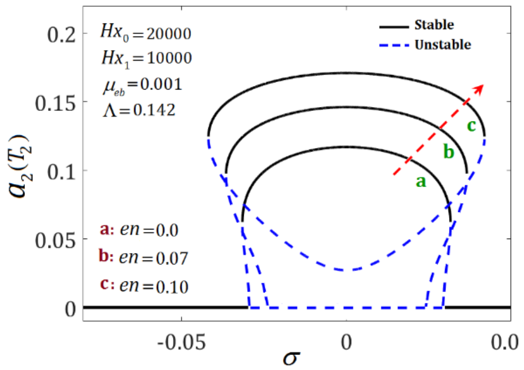


شکل «۱۲»: منحنی‌های پاسخ فرکانسی برای چهار مقدار مختلف دامنهٔ تحریک مغناطیسی میکرو لوله

شکل (۱۳) نشان‌دهندهٔ منحنی‌های مشخصّه پاسخ فرکانسی برای چهار مقدار مختلف از ترم هارمونیک دامنهٔ تحریک مغناطیسی $H_{x1} = 2860, 3475, 3900, 4400$ با سرعت اغتشاشی $\Lambda = 0.146$ است. مطابق این شکل می‌توان دریافت که افزایش دامنهٔ تحریک مغناطیسی از حالت a به سمت حالت d اثر ناپایدار کننده داشته و باعث عریض‌تر شدن منطقه وقوع رزونانس می‌شود. در ضمن به‌خوبی پیداست که افزایش دامنهٔ تحریک موجب افزایش دامنهٔ رزونانس می‌گردد.



شکل «۱۳»: منحنی‌های پاسخ فرکانسی برای چهار مقدار از دامنهٔ تحریک مغناطیسی



شکل «۱٤»: مقایسه منحنی‌های پاسخ فرکانسی برای سه مقدار مختلف از پارامتر غیرمحلی تنش

مطالعهٔ اثر پارامتر مشخصّه غیرمحلی تنش روی منحنی پاسخ- فرکانس میکرو لوله. شکل (۱٤) نشان‌دهندهٔ منحنی‌های مشخصّه پاسخ–فرکانس برای سه مقدار مختلف از پارامتر بی‌بعد مشخصّه غیرمحلی تنش (پارامتر مشخصّه مقیاس) $en = 0, 0.07, 0.1$ با ثابت نگه‌داشتن پارامترهای دیگر مسئله به‌صورت $H_{x0} = 20000$، $H_{x1} = 20000$، $\mu_{eb} = 0.001$ و $\Lambda = 0.142$ است. مطابق این شکل پیداست که افزایش مقدار پارامتر مشخصّه غیرمحلی تنش اثر ناپایدارساز داشته و سبب افزایش عرض منطقه وقوع رزونانس پارامتریک مغناطیسی می‌شود. از طرف دیگر با افزایش پارامتر مشخصّه غیرمحلی تنش، دامنهٔ پاسخ غیرخطی یا همان دامنهٔ رزونانس افزایش می‌یابد.

نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر مسئله ناپایداری ارتعاشات غیرخطی غیرمحلی میکرو لوله حاوی سیّال با خواص مغناطیس شونده تحت تحریک مغناطیسی پارامتریک در حضور جریان محوری سیّال ورای ناپایداری فلاتر مورد بررسی قرار گرفت. برای این منظور معادلات دیفرانسیل حاکم بر حرکات محوری، دورانی و جانبی میکرو لوله با مدل تیر مرتبهٔ اوّل ردی با احتساب اثر جملات غیرخطی هندسی، اثر ویسکوزیته سیّال و اثر شتاب جانب مرکز سیّال استخراج گردید.

نشان داده شد که در غیاب اثر میرایی، در سرعت‌های جریان $V \le 1.815$ سیستم خطی به‌صورت نوسانی پایدار بوده حال‌آنکه با افزایش سرعت جریان در بازه $1.815 \le V \le 4.045$نوسانات سیستم دچار ناپایداری می‌گردد حال‌آنکه در بازه $4.045 \le V \le 4.185$ سیستم پایداری نوسانی خود را بازمی‌یابد. ؛ در بازه سرعت‌های $V \ge 4.185$ به سبب کوپلینگ دینامیکی مودها، پدیده فلاتر رخ می‌دهد به‌نحوی‌که در این محدوده دینامیک حاکم بر نوسانات میکرو لوله حامل سیّال دارای فرکانس‌های طبیعی تکراری خواهد بود. لذا به منظور ممانعت از بروز هرگونه ناپایداری اعم از نوع واگرائی و فلاتر بایستی محدوده انتخاب سرعت جریان در بازه‌های $V \le 1.815$ و $4.045 \le V \le 4.185$ واقع گردد زیرا در این محدوده رفتار سیستم به‌صورت نوسانی پایدار (نامیرا با دامنهٔ ثابت) خواهد بود که به‌نوبه خود می‌توان ماهیّت این رفتار نوسانی را نیز با افزودن میرایی به رفتار نوسانی میرا تغییر ماهیت داد. حال‌آنکه خارج از محدوده‌های سرعت یاد شده، ماهیّت نوسانات سیستم دچار ناپایداری دینامیکی (با دامنهٔ افزایشی نسبت به زمان) یا فلاتر (سیکل حدی نوسانی) می‌شود که در طراحی‌های مهندسی نیز شناسایی محدوده‌های این نوع رفتار جهت ممانعت از بروز صدمات فیزیکی و خستگی ضروری می‌نماید.

همچنین نتایج آنالیز عددی ناپایداری فلاتر نشان داد که افزایش مقادیر پارامتر های مشخصّهٔ غیرمحلی ارینگن (پارامتر مشخصّه مقیاس) اثر ناپایدار ساز دارد به‌طوری‌که با افزایش آنها ناپایداری فلاتر در فرکانس‌های پائین تر اتفاق می‌افتد.

برای تحلیل رفتار سیستم غیرخطی در ورای نقطهٔ ناپایداری فلاتر با استفاده از روش مقیاس های چندگانه و تحت شرایط تشدید پارامتریک مغناطیسی معادلات پاسخ فرکانسی و مغناطیسی استخراج گردید و پایداری حل های صفر و غیر صفر این معادلات در شرایط ماندگار تحلیل شد. در بازه‌های پارامتر تنظیم فرکانسی $0.0057 \le \sigma \le 0.0123$ و $-0.0123 \le \sigma \le -0.0057$، تشدید میکرو لوله تحریک می شود طوری که با تغییر پارامتر تنظیم فرکانس در بخشی از این محدوده، دو حل غیر صفر پریودیک ناپایدار و پایدار به ترتیب متناظر با سیکل حدی نوسانی ناپایدار و پایدار برای دامنهٔ تشدید وجود خواهد داشت. طوری که با انتخاب $\sigma = 0.01$ از این بازه، سیستم غیرخطی دچار تشدید متناظر با سیکل حدی نوسانی ناپایدار و پایدار به ترتیب با دامنه‌های $a_2 = 0.0106$ و $a_2 = 0.0234$ خواهد شد. از طرف دیگر در محدوده $|\sigma| \le 0.0057$، سیستم فقط یک حل غیر صفر پریودیک پایدار خواهد داشت. اما در خارج از بازه‌های فرکانسی فوق‌الذکر یعنی $|\sigma| \ge 0.0057$ تشدید سیستم غیرخطی تحریک نخواهد شد.

لذا در طراحی‌های مهندسی و تحت شرایط عملکردی خاص سیستم غیرخطی تحت تحریک پارامتریک مغناطیسی، اگر سرعت جریان از داخل میکرو لوله آن‌سوی و در نزدیکی سرعت بحرانی فلاتر، واقع گردد، شناسایی تنوع رفتاری سیستم اعم از بروز تشدید یا عدم بروز تشدید، نسبت به تغییر پارامتر تنظیم فرکانس تحریک، جهت ممانعت از رشد ناخواسته دامنهٔ نوسانات لوله حامل سیّال ضروری است.

علاوه بر این نشان داده شد که افزایش پارامتر مشخصّه غیرمحلی تنش و دامنهٔ تحریک مغناطیسی، اثرات ناپایدار کننده داشته و سبب عریض‌تر شدن منطقه وقوع رزونانس پارامتریک و افزایش دامنهٔ پاسخ غیرخطی می گردند. همچنین افزایش پارامتر تنظیم فرکانس، اثر پایدارکننده داشته و سبب کاهش عرض منطقهٔ تشدید و دامنهٔ تشدید می‌شود.

واژه‌نامه

میکرو لوله	Microtube
حاوی سیّال	Fluid Conveying
ارتعاشات غیرخطی	Nonlinear Vibration
تشدید پارامتریک	Parametric Resonance
الاستیسیته غیرمحلی	Nonlocal Elastisity
بی‌بعد سازی	Nondimensionalization
سرعت بحرانی فلاتر	Flutter critical velocity
شکل مود کوپله شده	Coupled mode shape
پارامتر تنظیم فرکانسی	Frequency regulator parameter
ناپایداری فلاتر	Flutter instability
دوشاخگی	Bifurcation
دامنهٔ تشدید	Resonant amplitude
تحریک مغناطیسی	Magnetic excitation
پارامتر مشخصّه مقیاس	Scale characteristic parameter

مراجع

1. Paidoussis, M.P., Price, S.J. and De Langre, E., "F*luid-structure interactions: cross-flow-induced instabilities*", Cambridge University Press, (2010).
2. Paidoussis, M.P. and Li, G.X., "Pipes conveying fluid: a model dynamical problem", *Journal of Fluids and Structures*, 7(2), pp. 137-204, (1993).
3. Sinha, J.K., Singh, S. and Rao, A.R., "Finite element simulation of dynamic behaviour of open-ended cantilever pipe conveying fluid", *Journal of Sound and Vibration*, 1(240): pp. 189-194, (2001).
4. Ansari, R., Norouzzadeh, A., Gholami, R., Shojaei, M. Faghih and Darabi, M. A. "Geometrically nonlinear free vibration and instability of fluid-conveying nanoscale pipes including surface stress effects", *Microfluidics and Nanofluidics*, 20(1), pp. 28, (2016).
5. Ansari, R., Norouzzadeh, A., Gholami, R., Shojaei, M. Faghih and Hosseinzadeh, M., "Size-dependent nonlinear vibration and instability of embedded fluid-conveying SWBNNTs in thermal environment", *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructure*s, 61, pp. 148-157, (2014).
6. Ghazavi, M.R. and Molki, H., "Nonlinear analysis of the micro/nanotube conveying fluid based on second strain gradient theory", *Applied Mathematical Modelling*, 60: pp. 77-93, (2018).
7. Ghazavi, M.-R., Rezazadeh, G. and Azizi, S., "Pure parametric excitation of a micro cantilever beam actuated by piezoelectric layers", *Applied Mathematical Modelling*, 34(12): pp. 4196-4207, (2010).
8. Eringen, A.C. and Edelen, D.G.B., "On nonlocal elasticity", *International Journal of Engineering Science*, 10(3), pp. 233-248, (1972).
9. Eringen, A.C., "On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves", *Journal of Applied Physics*, 54(9), pp. 4703-4710, (1983).
10. Lei, Y., Adhikari, S. and Friswell, M.I., "Vibration of nonlocal Kelvinâ€“Voigt viscoelastic damped Timoshenko beams", *International Journal of Engineering Science*, 66, pp. 1-13, (2013).
11. Kiani, K., "Nanofluidic flow-induced longitudinal and transverse vibrations of inclined stocky single-walled carbon nanotubes", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 276, pp. 691-723, (2014).
12. Arani, A.G., Haghparast, E., Maraghi, Z. Khoddami and Amir, S., "Nonlocal vibration and instability analysis of embedded DWCNT conveying fluid under magnetic field with slip conditions consideration", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 229(2), pp. 349-363, (2015).
13. Sadeghi-Goughari, M., Jeon, S. and Kwon, H.-J., "Flutter instability of cantilevered carbon nanotubes caused by magnetic fluid flow subjected to a longitudinal magnetic field", *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 98, pp. 184-190, (2018).
14. Bahaadini, R. and Hosseini, M., "Effects of nonlocal elasticity and slip condition on vibration and stability analysis of viscoelastic cantilever carbon nanotubes conveying fluid", *Computational Materials Science*, 114, pp. 151-159, (2016).
15. Bahaadini, R., Hosseini, M. and Jamali, B., "Flutter and divergence instability of supported piezoelectric nanotubes conveying fluid", *Physica B: Condensed Matter*, 529: pp. 57-65, (2018).
16. Yang, T.-Z., Ji, Sh., Yang, X.-D. and Fang, B., "Microfluid-induced nonlinear free vibration of microtubes", *International Journal of Engineering Science*, 76, pp. 47-55, (2014).
17. Saadatnia, Z. and Esmailzadeh, E. "Nonlinear harmonic vibration analysis of fluid-conveying piezoelectric-layered nanotubes", *Composites Part B: Engineering*, 123, pp. 193-209, (2017).
18. Yang, X., Yang, T. and Jin, J., "Dynamic stability of a beam-model viscoelastic pipe for conveying pulsative fluid", *Acta Mechanica Solida Sinica*, 20(4): pp. 350-356, (2007).

19. Arani, A.G., Amir, S., Dashti, P. and Yousefi, M., "Flow-induced vibration of double bonded visco-CNTs under magnetic fields considering surface effect", *Computational Materials Science*, 86, pp. 144-154, (2014).
20. Zhang, W., Yang, J. and Hao, Y., "Chaotic vibrations of an orthotropic FGM rectangular plate based on third-order shear deformation theory", *Nonlinear Dynamics*, 59(4), pp. 619-660, (2010).
21. Amabili, M. and Farhadi, S., "Shear deformable versus classical theories for nonlinear vibrations of rectangular isotropic and laminated composite plates", *Journal of Sound and Vibration*, 320(3), pp. 649-667, (2009).
22. Fu, Y.-m. and Ruan, J.-l., "Nonlinear active control of damaged piezoelectric smart laminated plates and damage detection", *Applied Mathematics and Mechanics*, 29(4): pp. 421-436, (2008).
23. Ghorbanpour Arani, A., Amir, S. and Karamali Ravandia, A. "Nonlinear flow-induced flutter instability of double CNTs using Reddy beam theory", *Journal of Computational Applied Mechanics*, 46(1): pp. 1-12, (2015).
24. Wang, L., "A modified nonlocal beam model for vibration and stability of nanotubes conveying fluid", *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 44(1), pp. 25-28, (2011).
25. Eslami, H., "*Nonlinear flutter and forced oscillations of rectangular symmetric cross-ply and orthotropic panels using harmonic balance and perturbation methods*", Old Dominion University, (1987).
26. Onawola, O.O. and Sinha, S.C., "A feedback linearization approach for panel flutter suppression with piezoelectric actuation", *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 6(3), pp. 031006, (2011).
27. Guo, X.Y., Zhang, W. and Yao, M., "Nonlinear dynamics of angle-ply composite laminated thin plate with third-order shear deformation", *Science China Technological Sciences*, 53(3), pp. 612-622, (2010).